

故随机变量  $X$  的分布列为

$X$	0	1	2	3
$P$	0.729	0.243	0.027	0.001

$X$  的数学期望为  $EX = 3 \times 0.1 = 0.3$ .

18. (本小题满分12分)

如图5所示, 在正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $E$  是棱  $DD_1$  的中点.

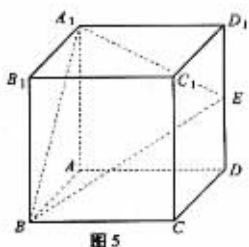


图5

(I) 求直线  $BE$  和平面  $ABB_1A_1$  所成的角的正弦值;

(II) 在棱  $C_1D_1$  上是否存在一点  $F$ , 使  $B_1F \parallel$  平面  $A_1BE$ ? 证明你的结论.

解法1 设正方体的棱长为1. 如图所示, 以  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{AA_1}$  为单位正交基底建立空间直角坐标系.

(I) 依题意, 得  $B(1, 0, 0)$ ,  $E(0, 1, \frac{1}{2})$ ,

$A(0, 0, 0)$ ,  $D(0, 1, 0)$ , 所以

$$\overrightarrow{BE} = (-1, 1, \frac{1}{2}), \overrightarrow{AD} = (0, 1, 0).$$

在正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中, 因为  $AD \perp$  平面  $ABB_1A_1$ , 所以  $\overrightarrow{AD}$  是平面  $ABB_1A_1$  的一个法向量. 设直线  $BE$  和平面  $ABB_1A_1$  所成的角为  $\theta$ , 则

$$\sin \theta = \frac{|\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{AD}|}{|\overrightarrow{BE}| \cdot |\overrightarrow{AD}|} = \frac{1}{\frac{3}{2} \times 1} = \frac{2}{3}.$$

即直线  $BE$  和平面  $ABB_1A_1$  所成的角的正弦值为  $\frac{2}{3}$ .

(II) 依题意, 得  $A_1(0, 0, 1)$ ,  $\overrightarrow{BA_1} = (-1, 0, 1)$ ,  $\overrightarrow{BE} = (-1, 1, \frac{1}{2})$ .

设  $n = (x, y, z)$  是平面  $A_1BE$  的一个法向量, 则由  $n \cdot \overrightarrow{BA_1} = 0$ ,  $n \cdot \overrightarrow{BE} = 0$ , 得

$$\begin{cases} -x + z = 0, \\ -x + y + \frac{1}{2}z = 0. \end{cases}$$

所以  $x = z$ ,  $y = \frac{1}{2}z$ . 取  $z = 2$ , 得  $n = (2, 1, 2)$ .

设  $F$  是棱  $C_1D_1$  上的点, 则  $F(t, 1, 1)$  ( $0 \leq t \leq 1$ ). 又  $B_1(1, 0, 1)$ , 所以

• 13 •

$\overrightarrow{B_1F} = (t-1, 1, 0)$ . 而  $B_1F \subset$  平面  $A_1BE$ , 于是

$$B_1F \parallel \text{平面 } A_1BE \Leftrightarrow \overrightarrow{B_1F} \cdot n = 0 \Leftrightarrow (t-1, 1, 0) \cdot (2, 1, 2) = 0 \Leftrightarrow 2(t-1) + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{1}{2} \Leftrightarrow F \text{ 为 } C_1D_1 \text{ 的中点. 这说明在棱 } C_1D_1 \text{ 上存在点 } F \text{ (} C_1D_1 \text{ 的中点), 使}$$

$B_1F \parallel$  平面  $A_1BE$ .

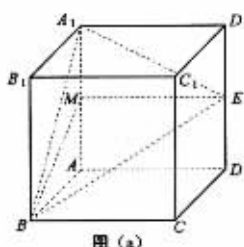
解法2 (I) 如图(a)所示, 取  $AA_1$  的中点  $M$ , 连结  $EM$ ,  $BM$ . 因为  $E$  是  $DD_1$  的中点, 四边形  $ADD_1A_1$  为正方形, 所以  $EM \parallel AD$ .

又在正方体  $ABCD-A_1B_1C_1D_1$  中,  $AD \perp$  平面  $ABB_1A_1$ , 所以  $EM \perp$  平面  $ABB_1A_1$ , 从而  $BM$  为直线  $BE$  在平面  $ABB_1A_1$  上的射影,  $\angle EBM$  为  $BE$  和平面  $ABB_1A_1$  所成的角.

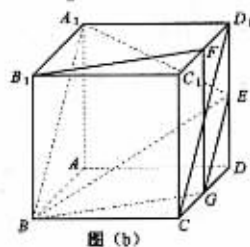
设正方体的棱长为2, 则  $EM = AD = 2$ ,  $BE = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 3$ . 于是,

$$\text{在 Rt} \triangle BEM \text{ 中, } \sin \angle EBM = \frac{EM}{BE} = \frac{2}{3}.$$

即直线  $BE$  和平面  $ABB_1A_1$  所成的角的正弦值为  $\frac{2}{3}$ .



图(a)



图(b)

(II) 在棱  $C_1D_1$  上存在点  $F$ , 使  $B_1F \parallel$  平面  $A_1BE$ .

事实上, 如图(b)所示, 分别取  $C_1D_1$  和  $CD$  的中点  $F$ ,  $G$ , 连结  $EG$ ,  $BG$ ,  $CD_1$ ,  $FG$ . 因  $A_1D_1 \parallel B_1C_1 \parallel BC$ , 且  $A_1D_1 = BC$ , 所以四边形  $A_1BCD_1$  是平行四边形, 因此  $D_1C \parallel A_1B$ . 又  $E$ ,  $G$  分别为  $D_1D$ ,  $CD$  的中点, 所以  $EG \parallel D_1C$ , 从而  $EG \parallel A_1B$ . 这说明  $A_1, B, G, E$  共面. 所以  $BG \subset$  平面  $A_1BE$ .

因四边形  $C_1CDD_1$  与  $B_1BCC_1$  皆为正方形,  $F$ ,  $G$  分别为  $C_1D_1$  和  $CD$  的中点, 所以  $FG \parallel C_1C \parallel B_1B$ , 且  $FG = C_1C = B_1B$ , 因此四边形  $B_1BGF$  是平行四边形, 所以  $B_1F \parallel BG$ . 而  $B_1F \subset$  平面  $A_1BE$ ,  $BG \subset$  平面  $A_1BE$ , 故  $B_1F \parallel$  平面  $A_1BE$ .

19. (本小题满分13分)

为了考察冰川的融化状况, 一支科考队在某冰川上相距8 km的  $A, B$  两点各建一个考察基地. 视冰川面为平面形, 以过  $A, B$  两点的直线为  $x$  轴, 线段  $AB$  的垂直平分

• 14 •

# 三湘都市报华声在线恭祝各位高考学子心想事成!

## 华浔品味装饰

## 用心十二载, 就在您身边

### 华浔品味装饰十二周年庆 湖南华浔六周年庆 全国200余家同庆

### 六年优惠力度仅此一次

活动时间: 2010年6月5日—6月20日

华浔品味装饰  
全国分布图



全国联保电话: 800-830 5109

- 1、凡咨询客户均赠送精美礼品一份(敬请携带平面图)
  - 2、活动期间签单客户主笔设计师设计费全免, 总监设计费三折优惠。
  - 3、活动期间签单客户可享受人工总价优惠20%。
  - 4、活动期间楼盘前三名签单客户可享受管理费用8折优惠。
  - 5、凡在活动期间签单的客户, 即可享受以下惊喜:
    - (1): 工程造价3—5万元可获赠价值1800元实木房门一扇(红双喜烤漆实木门)
    - (2): 工程造价5—8万元可获赠价值2500元复合地板18m<sup>2</sup>(澳思德)
    - (3): 工程造价8万元以上可获赠价值3600元地砖30m<sup>2</sup>(英超抛光砖型号珠珀石CJ80XX)
- 注: 所有代金券不可抵用现金, 不享受议价后使用。(限定地砖、复合地板、门。)
- 6、活动期间签单客户材料全面升级(板材: 艺邦香杉木细木工板, 墙漆: 立邦净味五合一。电线: 国内唯一电缆上市公司南洋电缆)
  - 7、活动期间签单客户在7月18日之前开工再送人工总价优惠8%。
- 本活动解释权归华浔品味装饰所有。

热烈祝贺2010年高考圆满成功, 老师辛苦了, 您凭教师证在本公司签约在原有的优惠上可额外优惠人工总价费用5%。

亚洲装饰业质量服务信得过企业 亚洲装饰业优秀设计奖  
中国住宅装饰装修行业AAAA诚信企业 全国住宅装饰装修示范工程奖

湖南总部: 长沙市五一大道389号华美欧大厦9楼 85601925 星沙公司: 长沙县星沙开元东路尚城国际108-109号 84657925  
河西公司: 长沙市岳麓区金星中路玛依拉山庄104号 88276055 株洲公司: 株洲市天元区长江广场保利大厦B座23楼 22969923

全国统一品牌机构: 广州、长沙、星沙、岳麓、株洲、东莞、佛山、顺德、中山、江门、阳江、肇庆、清远、湛江、珠海、惠州、河源、韶关、福州、泉州、厦门、龙岩、漳州、无锡、扬州、常州、常熟、张家港、苏州、镇江、重庆、泸州、宜宾、德阳、达州、内江、海口、三亚、南宁、柳州、桂林、南昌、赣州、合肥、嘉兴、金华、台州、威海、贵阳……