

共10种。  
 设选中的2人都来自高校C的事件为X, 则X包含的基本事件有 $(c_1, c_2)$ ,  
 $(c_1, c_3), (c_2, c_3)$ 共3种。因此 $P(X) = \frac{3}{10}$ 。  
 故选中的2人都来自高校C的概率为 $\frac{3}{10}$ 。

18. (本小题满分12分)

如图3所示, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中,  
 $AB=AD=1, AA_1=2, M$ 是棱 $CC_1$ 的中点。

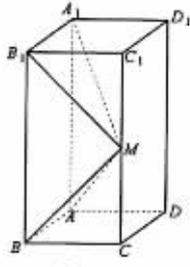


图3

- (I) 求异面直线 $AM$ 和 $C_1D_1$ 所成的角的正切值;
- (II) 证明: 平面 $ABM \perp$ 平面 $A_1B_1M$ 。

解 (I) 如图, 因为 $C_1D_1 \parallel B_1A_1$ , 所以 $\angle MA_1B_1$ 为异面直线  
 $AM$ 与 $C_1D_1$ 所成的角。

因为 $A_1B_1 \perp$ 平面 $BCC_1B_1$ , 所以 $\angle A_1B_1M = 90^\circ$ 。

而 $A_1B_1 = 1, B_1M = \sqrt{B_1C_1^2 + MC_1^2} = \sqrt{2}$ , 故

$$\tan \angle MA_1B_1 = \frac{B_1M}{A_1B_1} = \sqrt{2}.$$

即异面直线 $AM$ 和 $C_1D_1$ 所成的角的正切值为 $\sqrt{2}$ 。

(II) 由 $A_1B_1 \perp$ 平面 $BCC_1B_1, BM \subset$ 平面 $BCC_1B_1$ , 得 $A_1B_1 \perp BM$ 。①

由(I)知,  $B_1M = \sqrt{2}$ , 又 $BM = \sqrt{BC^2 + CM^2} = \sqrt{2}, B_1B = 2$ , 所以

$$B_1M^2 + BM^2 = B_1B^2, \text{从而 } BM \perp B_1M. \text{ ②}$$

又 $A_1B_1 \cap B_1M = B_1$ , 再由①, ②得  $BM \perp$ 平面 $A_1B_1M$ 。而 $BM \subset$ 平面 $ABM$ , 因此  
 平面 $ABM \perp$ 平面 $A_1B_1M$ 。

19. (本小题满分13分)

为了考察冰川的融化状况, 一支科考队在某冰川上相距8 km的A, B两点各建一个  
 考察基地。视冰川面为平面形, 以过A, B两点的直线为x轴, 线段AB的垂直平分  
 线为y轴建立平面直角坐标系(图4)。考察范围为到A, B两点的距离之和不超过  
 10 km的区域。

- (I) 求考察区域边界曲线的方程;
- (II) 如图4所示, 设线段 $P_1P_2$ 是冰川的部分边界线(不考虑其他边界), 当冰川融  
 化时, 边界线沿与其垂直的方向朝考察区域平行移动, 第一年移动0.2 km, 以后每  
 年移动的距离为前一年的2倍。问: 经过多长时间, 点A恰好在冰川边界线上?

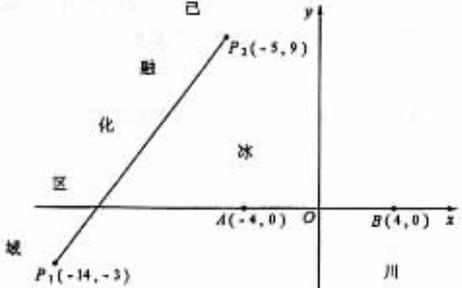
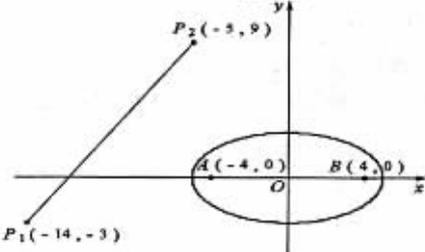


图4

解 (I) 设边界曲线上点P的坐标为 $(x, y)$ , 则由 $|PA| + |PB| = 10$ 知, 点P在以  
 A, B为焦点, 长轴长为 $2a = 10$ 的椭圆上。此时短半轴长 $b = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ 。

所以考察区域边界曲线(如图)的方程为 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 。



(II) 易知过点 $P_1, P_2$ 的直线方程为 $4x - 3y + 47 = 0$ 。因此点A到直线 $P_1P_2$ 的距离为

$$d = \frac{|-16 + 47|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = \frac{31}{5}.$$

设经过n年, 点A恰好在冰川边界线上, 则利用等比数列求和公式可得

$$\frac{0.2(2^n - 1)}{2 - 1} = \frac{31}{5}.$$

解得 $n = 5$ , 即经过5年, 点A恰好在冰川边界线上。

20. (本小题满分13分)

给出下面的数表序列:

表1	表2	表3	...
1	1 3	1 3 5	
	4	4 8	
		12	

其中表 $n (n=1, 2, 3, \dots)$ 有n行, 第1行的n个数是1, 3, 5, ...,  $2n-1$ , 从第2行起,  
 每行中的每个数都等于它肩上的两数之和。

(I) 写出表4, 验证表4各行中的数的平均数按从上到下的顺序构成等比数列, 并  
 将结论推广到表 $n (n \geq 3)$  (不要求证明);

(II) 每个数表中最后一行都只有一个数, 它们构成数列1, 4, 12, ..., 记此数列为  
 $\{b_n\}$ 。求和:  $\frac{b_1}{b_1 b_2} + \frac{b_2}{b_2 b_3} + \dots + \frac{b_{n-1}}{b_{n-1} b_n} (n \in \mathbb{N}^*)$ 。

解 (I) 表4为

1	3	5	7
4	8	12	
12	20		
32			

它的第1, 2, 3, 4行中的数的平均数分别是4, 8, 16, 32, 它们构成首项为4, 公  
 比为2的等比数列。

将这一结论推广到表 $n (n \geq 3)$ , 即

表 $n (n \geq 3)$ 各行中的数的平均数按从上到下的顺序构成首项为n, 公比为2的等  
 比数列。

简证如下 (对考生不作要求)

首先, 表 $n (n \geq 3)$ 的第1行1, 3, 5, ...,  $2n-1$ 是等差数列, 其平均数为

$$\frac{1+3+\dots+(2n-1)}{n} = n; \text{ 其次, 若表n的第k } (1 \leq k \leq n-1) \text{ 行 } a_1, a_2, \dots, a_{n-k+1} \text{ 是}$$

等差数列, 则它的第k+1行 $a_1+a_2, a_2+a_3, \dots, a_{n-k}+a_{n-k+1}$ 也是等差数列。由等  
 差数列的性质知, 表n的第k行中的数的平均数与第k+1行中的数的平均数分别是

$$\frac{a_1+a_{n-k+1}}{2}, \frac{a_1+a_2+a_{n-k}+a_{n-k+1}}{2} = a_1+a_{n-k+1}.$$

由此可知, 表 $n (n \geq 3)$ 各行中的数都成等差数列, 且各行中的数的平均数按从上到  
 下的顺序构成首项为n, 公比为2的等比数列。

# 金海中学 因材施教 结硕果

今年开学以来, 从金海中学不时传出喜讯, 虽然距离初中毕业会考还有很长时间, 但是金  
 海校园里早已充满了丰收的喜悦。前来该校报  
 名就读的学生及其家长, 对此感到十分奇怪: 其  
 他学校都要等到中考过后才出教学成果, 为什  
 么金海中学这边风景独好, 早就捷报频传了呢?  
 究其原因, 这是金海中学全力实施闪光教育,  
 促进学生全面发展, 不拘一格育人才的结果。



今年考取中央美术学院附中的熊煜晨、周婷和姜琼。

本期以来, 金海中学已经取得了一连串的  
 显著成绩。

3月, 丁力、肖赞两位初三学生考取西安交  
 通大学少年班。至此, 金海共出了10名西安交  
 大少年班学生。

4月, 喻锦浩、刘志凯2人被武汉体育学院特  
 招。至此, 金海共有4名体育特长生被高校特招。

5月上旬, 熊煜晨、周婷、姜琼3人考取中央  
 美术学院附中, 舒龙、唐鑫、滕辉3人考取中国美院附  
 中, 阙淳旭、何茂滕、李亮、梁智宇、涂利5人考取  
 广州美院附中, 还有戴栋、谢师师、龙东宏、毛韬、  
 彭曼婷、肖雅文、肖铭基、张权、喻星凯、周诗航、  
 喻言、梁潇、田启俊、王鹏、舒天楚、汪天浩、凌铭  
 震等17名学生考取了鲁迅美院附中。至此, 金  
 海共有78名学生考取了各大美院附中。

5月中旬, 颜浩宇、胡博、宇磊、彭诗奇、喻锦  
 浩、易佳鑫、曹昕、吴文峰8名学生被认定为国  
 家二级运动员(长沙市共12人)。至此, 金海共  
 培养了39名国家一、二级运动员。

5月下旬, 数、理、化奥赛成绩揭晓, 金海学  
 子独领风骚。宁乡金海中学的王文诺、黄长河  
 等8名学生跻身数学奥赛全县前10名, 其中4  
 人获全国一等奖; 物理奥赛全县前30名中宁  
 海占29位, 且囊括了全县前10名, 创造了宁  
 乡县学科竞赛的奇迹。长沙金海中学的尹嘉  
 维、刘昱玮荣获数学奥赛全国一等奖, 还有3  
 人获全国二等奖, 7人获全国三等奖; 物理奥赛  
 有6人获市一等奖(市最高奖), 11人获市二  
 等奖, 23人获市三等奖; 化学奥赛有5人获市一

等奖(市最高奖), 16人获市二等奖, 25人获市  
 三等奖, 在长沙市区初中学校中名列前茅。

金海中学自2000年创办以来, 一直践行  
 “让每个学生闪光”的办学理念, 致力于为每个  
 学生提供任意选择和充分发挥的空间, 针对  
 不同学生在个性、情智、潜能、特长等方面的差  
 异, 有的放矢的组织各科各类培训, 包括数、  
 理、化等学科奥赛和音、体、美等特长培训。学  
 校精心挑选专长教师统一组织培训, 所有培训  
 对学生完全免费, 只要学生对某项培训感兴  
 趣, 他就可以报名参与其中, 而且可以畅享成  
 功的快乐。金海中学在确保每个学生达到或超  
 过教学大纲规定学习目标的基础上, 积极引导  
 学生找到自己的个性学习项目, 组织培训, 发  
 展特长, 成为“合格+特长”、“优秀+特长”  
 的复合型人才。办学10年来, 金海中学不但实现  
 了100%的普高升学率, 升省示范性高中比率保  
 持在80%以上, 而且少年大学生、奥赛优胜者、  
 音体美特长生等各类闪光学生层出不穷, 金海  
 出现了“繁星满天”的景象。

金海教育集团先后创办了宁乡金海中学、  
 长沙金海中学和望城金海双语实验学校, 其中  
 望城金海双语实验学校为九年一贯制学校。应  
 广大学生和家长的强烈要求, 今年金海集团三  
 校面向全省招收小学和初中各年级学生。

成才热线: 长沙金海 0731-85638388 望城金海 0731-88569968 宁乡金海 0731-87891188