令$t=\frac{b}{c}$，则$-1<t<1$，$\frac{c+2b}{b+c}=2-\frac{1}{1+t}$．而函数$g(t)=2-\frac{1}{1+t}(-1<t<1)$的值域是$(-\infty,\frac{3}{2})$．因此，当$c>|b|$时，$M$的取值集合为$[\frac{3}{2},+\infty)$．

当$c=|b|$时，由（Ⅰ）知，$b=\pm2$，$c=2$．此时$f(c)-f(b)=-8$或0，$c^2-b^2=0$，从而$f(c)-f(b)\leq\frac{3}{2}(c^2-b^2)$恒成立．

综上所述，M的最小值为$\frac{3}{2}$．

21．（本小题满分13分）

数列$\{a_n\}(n\in\mathbf{N}^*)$中，$a_1=a$，$a_{n+1}$是函数$f_n(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}(3a_n+n^2)x^2+3n^2a_nx$的极小值点．

（Ⅰ）当$a=0$时，求通项a_n；

（Ⅱ）是否存在a，使数列$\{a_n\}$是等比数列？若存在，求a的取值范围；若不存在，请说明理由．

解　易知$f_n'(x)=x^2-(3a_n+n^2)x+3n^2a_n=(x-3a_n)(x-n^2)$．

令$f_n'(x)=0$，得$x_1=3a_n$，$x_2=n^2$．

（1）若$3a_n<n^2$，则

当$x<3a_n$时，$f_n'(x)>0$，$f_n(x)$单调递增；

当$3a_n<x<n^2$时，$f_n'(x)<0$，$f_n(x)$单调递减；

当$x>n^2$时，$f_n'(x)>0$，$f_n(x)$单调递增．

故$f_n(x)$在$x=n^2$取得极小值．

（2）若$3a_n>n^2$，仿（1）可得，$f_n(x)$在$x=3a_n$取得极小值．

（3）若$3a_n=n^2$，则$f_n'(x)\geq0$，$f_n(x)$无极值．

（Ⅰ）当$a=0$时，$a_1=0$，则$3a_1<1^2$．由（1）知，$a_2=1^2=1$．

因$3a_2=3<2^2$，则由（1）知，$a_3=2^2=4$．

因为$3a_3=12>3^2$，则由（2）知，$a_4=3a_3=3\times4$．

又因为$3a_4=36>4^2$，则由（2）知，$a_5=3a_4=3^2\times4$．

由此猜测：当$n\geq3$时，$a_n=4\times3^{n-3}$．

下面先用数学归纳法证明：当$n\geq3$时，$3a_n>n^2$．

事实上，当$n=3$时，由前面的讨论知结论成立．

假设当$n=k(k\geq3)$时，$3a_k>k^2$成立，则由（2）知，$a_{k+1}=3a_k>k^2$，从而

$$3a_{k+1}-(k+1)^2>3k^2-(k+1)^2=2k(k-2)+2k-1>0,$$

所以$3a_{k+1}>(k+1)^2$．

故当$n\geq3$时，$3a_n>n^2$成立．

于是由（2）知，当$n\geq3$时，$a_{n+1}=3a_n$，而$a_3=4$，因此$a_n=4\times3^{n-3}$．

综上所述，当$a=0$时，$a_1=0$，$a_2=1$，$a_n=4\times3^{n-3}(n\geq3)$．

（Ⅱ）存在a，使数列$\{a_n\}$是等比数列．

事实上，由（2）知，若对任意的n，都有$3a_n>n^2$，则$a_{n+1}=3a_n$．即数列$\{a_n\}$是首项为a，公比为3的等比数列，且$a_n=a\cdot3^{n-1}$．

而要使$3a_n>n^2$，即$a\cdot3^n>n^2$对一切$n\in\mathbf{N}^*$都成立，只需$a>\frac{n^2}{3^n}$对一切$n\in\mathbf{N}^*$都成立．

记$b_n=\frac{n^2}{3^n}$，则$b_1=\frac{1}{3}$，$b_2=\frac{4}{9}$，$b_3=\frac{1}{3}$，…．

令$y=\frac{x^2}{3^x}$，则$y'=\frac{1}{3^x}(2x-x^2\ln3)<\frac{1}{3^x}(2x-x^2)$．因此，当$x\geq2$时，$y'<0$，从而函数$y=\frac{x^2}{3^x}$在$[2,+\infty)$上单调递减．故当$n\geq2$时，数列$\{b_n\}$单调递减，即数列$\{b_n\}$中最大项为$b_2=\frac{4}{9}$．于是当$a>\frac{4}{9}$时，必有$a>\frac{n^2}{3^n}$．这说明，当$a\in(\frac{4}{9},+\infty)$时，数列$\{a_n\}$是等比数列．

当$a=\frac{4}{9}$时，可得$a_1=\frac{4}{9}$，$a_2=\frac{4}{3}$．而$3a_2=4=2^2$，由（3）知，$f_2(x)$无极值，不合题意．

当$\frac{1}{3}<a<\frac{4}{9}$时，可得$a_1=a$，$a_2=3a$，$a_3=4$，$a_4=12$，…，数列$\{a_n\}$不是等比数列．

当$a=\frac{1}{3}$时，$3a=1=1^2$，由（3）知，$f_1(x)$无极值，不合题意．

当$a<\frac{1}{3}$时，可得$a_1=a$，$a_2=1$，$a_3=4$，$a_4=12$，…，数列$\{a_n\}$不是等比数列．

综上所述，存在a，使数列$\{a_n\}$是等比数列，且a的取值范围为$(\frac{4}{9},+\infty)$．

数　　学（文史类）

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．复数$\frac{2}{1-i}$等于

A．$1+i$　　B．$1-i$　　C．$-1+i$　　D．$-1-i$　　【A】

2．下列命题中的假命题是

A．$\exists x\in\mathbf{R},\lg x=0$　　B．$\exists x\in\mathbf{R},\tan x=1$

C．$\forall x\in\mathbf{R},x^3>0$　　D．$\forall x\in\mathbf{R},2^x>0$　　【C】

3．某商品销售量y（件）与销售价格x（元／件）负相关，则其回归方程可能是

A．$\hat{y}=-10x+200$　　B．$\hat{y}=10x+200$

C．$\hat{y}=-10x-200$　　D．$\hat{y}=10x-200$　　【A】

4．极坐标方程$\rho=\cos\theta$和参数方程$\begin{cases}x=-1-t,\\ y=2+t\end{cases}$（$t$为参数）所表示的图形分别是

A．直线、直线　B．直线、圆　C．圆、圆　D．圆、直线　【D】

5．设抛物线$y^2=8x$上一点P到y轴的距离是4，则点P到该抛物线焦点的距离是

A．4　　B．6　　C．8　　D．12　　【B】

6．若非零向量a，b满足$|a|=|b|$，$(2a+b)\cdot b=0$，则a与b的夹角为

A．30°　　B．60°　　C．120°　　D．150°　　【C】

7．在ΔABC中，角A,B,C所对的边长分别为a,b,c．若$\angle C=120°$，$c=\sqrt{2}a$，则

A．$a>b$　　B．$a<b$

C．$a=b$　　D．a与b的大小关系不能确定　　【A】

8．函数$y=ax^2+bx$与$y=\log_{|\frac{b}{a}|}x$（$ab\neq0,|a|\neq|b|$）在同一直角坐标系中的图象可能是