（2）尺寸抽检零件中，如果出现了尺寸在$(\bar{x}-3s,\bar{x}+3s)$之外的零件，就认为这条生产线在这一天的生产过程可能出现了异常情况，需对当天的生产过程进行检查

（i）从这一天抽检的结果看，是否需对当天的生产过程进行检查？

（ii）在$(\bar{x}-3s,\bar{x}+3s)$之外的数据称为离群值，试剔除离群值，估计这条生产线当天生产的零件尺寸的均值与标准差．（精确到0.01）

附：样本(x_i,y_i) $(i=1,2,\cdots,n)$的相关系数 $r=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2}}$

$\sqrt{0.008}\approx0.09$．

解：（1）由样本数据得(x_i,i) $(i=1,2,\cdots,16)$的相关系数为

$$r=\frac{\sum_{i=1}^{16}(x_i-\bar{x})(i-8.5)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{16}(x_i-\bar{x})^2}\sqrt{\sum_{i=1}^{16}(i-8.5)^2}}=\frac{-2.78}{0.212\times\sqrt{16\times18.439}}\approx-0.18.$$

由于$|r|<0.25$，因此可以认为这一天生产的零件尺寸不随生产过程进行而系统地变大或变小．

（2）（i）由于$\bar{x}=9.97$，$s\approx0.212$，由样本数据可以看出抽取的第13个零件的尺寸在$(\bar{x}-3s,\bar{x}+3s)$以外，因此需对当天的生产过程进行检查．

（ii）剔除离群值，即第13个数据，剩下数据的平均数为

$$\frac{1}{15}(16\times9.97-9.22)=10.02,$$

这条生产线当天生产的零件尺寸的均值的估计值为10.02．

$$\sum_{i=1}^{16}x_i^2=16\times0.212^2+16\times9.97^2\approx1591.134,$$

剔除第13个数据，剩下数据的样本方差为

$$\frac{1}{15}(1591.134-9.22^2-15\times10.02^2)\approx0.008,$$

这条生产线当天生产的零件尺寸的标准差的估计值为$\sqrt{0.008}\approx0.09$．

20．（12分）

设A，B为曲线C：$y=\dfrac{x^2}{4}$上两点，A与B的横坐标之和为4．

（1）求直线AB的斜率；

（2）设M为曲线C上一点，C在M处的切线与直线AB平行，且$AM\perp BM$，求直线AB的方程．

解：（1）设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则$x_1\neq x_2$，$y_1=\dfrac{x_1^2}{4}$，$y_2=\dfrac{x_2^2}{4}$，$x_1+x_2=4$，

于是直线AB的斜率$k=\dfrac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\dfrac{x_1+x_2}{4}=1$

（2）由$y=\dfrac{x^2}{4}$，得$y'=\dfrac{x}{2}$．

设$M(x_3,y_3)$，由题设知$\dfrac{x_3}{2}=1$，解得$x_3=2$，于是$M(2,1)$．

设直线AB的方程为$y=x+m$，故线段AB的中点为$N(2,2+m)$，$|MN|=m-1$．

将$y=x+m$代入$y=\dfrac{x^2}{4}$得$x^2-4x-4m=0$．

当$\Delta=16(m+1)>0$，即$m>-1$时，$x_{1,2}=2\pm2\sqrt{m+1}$．

从而$|AB|=\sqrt{2}|x_1-x_2|=4\sqrt{2(m+1)}$．

由题设知$|AB|=2|MN|$，即$4\sqrt{2(m+1)}=2(m-1)$，解得$m=7$．

所以直线AB的方程为$y=x+7$．

21．（12分）

已知函数$f(x)=e^x(e^x-a)-a^2x$．

（1）讨论$f(x)$的单调性；

（2）若$f(x)\geq0$，求a的取值范围．

解：

（1）函数$f(x)$的定义域为$(-\infty,+\infty)$，$f'(x)=2e^{2x}-ae^x-a^2=(2e^x+a)(e^x-a)$．

① 若$a=0$，则$f(x)=e^{2x}$，在$(-\infty,+\infty)$单调递增．

② 若$a>0$，则由$f'(x)=0$得$x=\ln a$．

当$x\in(-\infty,\ln a)$时，$f'(x)<0$；当$x\in(\ln a,-\infty)$时，$f'(x)>0$．故$f(x)$在$(-\infty,\ln a)$单调递减，在$(\ln a,-\infty)$单调递增．

③ 若$a<0$，则由$f'(x)=0$得$x=\ln(-\dfrac{a}{2})$．

当$x\in(-\infty,\ln(-\dfrac{a}{2}))$时，$f'(x)<0$；当$x\in(\ln(-\dfrac{a}{2}),+\infty)$时，$f'(x)>0$．故$f(x)$在$(-\infty,\ln(-\dfrac{a}{2}))$单调递减，在$(\ln(-\dfrac{a}{2}),-\infty)$单调递增．

（2）① 若$a=0$，则$f(x)=e^{2x}$．所以$f(x)\geq0$．

② 若$a>0$，则由（1）得，当$x=\ln a$时，$f(x)$取得最小值，最小值为$f(\ln a)=-a^2\ln a$．从而当且仅当$-a^2\ln a\geq0$，即$a\leq1$时，$f(x)\geq0$．

③ 若$a<0$，则由（1）得，当$x=\ln(-\dfrac{a}{2})$时，$f(x)$取得最小值，最小值为$f(\ln(-\dfrac{a}{2}))=a^2[\dfrac{3}{4}-\ln(-\dfrac{a}{2})]$．从而当且仅当$a^2[\dfrac{3}{4}-\ln(-\dfrac{a}{2})]\geq0$，即$a\geq-2e^{\frac{3}{4}}$时$f(x)\geq0$．

综上，a的取值范围是$[-2e^{\frac{3}{4}},1]$．

（二）选考题：共10分，请考生在第22、23题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分．

22．[选修4—4：坐标系与参数方程]（10分）

在直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=3\cos\theta,\\y=\sin\theta,\end{cases}$（$\theta$为参数），直线$l$的参数方程为$\begin{cases}x=a+4t,\\y=1-t,\end{cases}$（$t$为参数）．

（1）若$a=-1$，求C与l的交点坐标；

（2）若C上的点到l距离的最大值为$\sqrt{17}$，求a．

解：（1）曲线C的普通方程为$\dfrac{x^2}{9}+y^2=1$．

当$a=-1$时，直线l的普通方程为$x+4y-3=0$．

由$\begin{cases}x+4y-3=0,\\\dfrac{x^2}{9}+y^2=1\end{cases}$解得$\begin{cases}x=3,\\y=0\end{cases}$或$\begin{cases}x=\dfrac{21}{25},\\y=\dfrac{24}{25}.\end{cases}$

从而C与l的交点坐标为$(3,0)$，$(\dfrac{21}{25},\dfrac{24}{25})$．

（2）直线l的普通方程为$x+4y-a-4=0$，故C上的点$(3\cos\theta,\sin\theta)$到l的距离为

$$d=\frac{|3\cos\theta+4\sin\theta-a-4|}{\sqrt{17}}.$$

当$a\geq-4$时，d的最大值为$\dfrac{a+9}{\sqrt{17}}$．由题设得$\dfrac{a+9}{\sqrt{17}}=\sqrt{17}$，所以$a=8$；

当$a<-4$时，d的最大值为$\dfrac{-a+1}{\sqrt{17}}$．由题设得$\dfrac{-a+1}{\sqrt{17}}=\sqrt{17}$，所以$a=-16$．

综上，$a=8$或$a=-16$．

23．[选修4—5：不等式选讲]（10分）

已知函数$f(x)=-x^2+ax+4$，$g(x)=|x+1|+|x-1|$．

（1）当$a=1$时，求不等式$f(x)\geq g(x)$的解集；

（2）若不等式$f(x)\geq g(x)$的解集包含$[-1,1]$，求a的取值范围．

解：（1）当$a=1$时，不等式$f(x)\geq g(x)$等价于

$$x^2-x+|x+1|+|x-1|-4\leq0. \quad ①$$

当$x<-1$时，①式化为$x^2-3x-4\leq0$，无解；

当$-1\leq x\leq1$时，①式化为$x^2-x-2\leq0$，从而$-1\leq x\leq1$；

当$x>1$时，①式化为$x^2+x-4\leq0$，从而$1<x\leq\dfrac{-1+\sqrt{17}}{2}$．

所以$f(x)\geq g(x)$的解集为$\{x|-1\leq x\leq\dfrac{-1+\sqrt{17}}{2}\}$．

（2）当$x\in[-1,1]$时，$g(x)=2$．

所以$f(x)\geq g(x)$的解集包含$[-1,1]$，等价于当$x\in[-1,1]$时$f(x)\geq2$．

又$f(x)$在$[-1,1]$的最小值必为$f(-1)$与$f(1)$之一，所以$f(-1)\geq2$且$f(1)\geq2$，得$-1\leq a\leq1$．

所以a的取值范围为$[-1,1]$．

理科综合能力测试

可能用到的相对原子质量：H 1　C 12　N 14　O 16　S 32　Cl 35.5　K 39　Ti 48　Fe 56　I 127

一、选择题：本题共13小题，每小题6分，共78分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．细胞间信息交流的方式有多种。在哺乳动物卵巢细胞分泌的雌激素作用下乳腺细胞的过程中，以及两个精子进入卵细胞的过程中，细胞间信息交流的实现分别依赖于【D】

A．血液运输，突触传递　　B．淋巴运输，突触传递

C．淋巴运输，胞间连丝传递　　D．血液运输，细胞间直接接触

2．下列关于细胞结构与成分的叙述，错误的是【B】

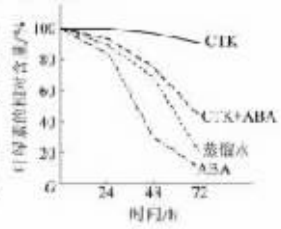
A．维持膜的完整性可用台盼蓝染色法进行检测

B．检测氨基酸含量可用双缩脲试剂进行显色

C．若要观察处于细胞分裂中期的染色体可用醋酸洋红液染色

D．斐林试剂是含有Cu^{2+}的碱性溶液，可被葡萄糖还原成砖红色

3．通常，叶片中叶绿素含量下降可作为其衰老的检测指标。为研究激素对叶片衰老的影响，将某植物离体叶片分组，分别置于蒸馏水、细胞分裂素（CTK）、脱落酸（ABA）、CTK＋ABA溶液中，再将各组置于光下。一段时间内叶片中叶绿素含量变化趋势如图所示，据图判断，下列叙述错误的是



A．细胞分裂素能延缓该植物离体叶片的衰老

B．本实验中CTK对该植物离体叶片的作用可被ABA削弱

C．可推测ABA组叶绿体中NADPH合成速率大于CTK组

D．可推测施用ABA能加速秋天银杏树的叶由绿变黄的过程【C】

4．某同学将一定量的某种动物的提取液（A）注射到实验小鼠体内，注射后若干天，未见小鼠出现明显的异常表现，将小鼠分成两组，一组注射少量的A，小鼠很快发生了呼吸困难等症状；另一组注射生理盐水，未见小鼠有异常表现。对实验小鼠在第二次注射A后的表现，下列解释合理的是【C】

A．提取液中含有胰岛素，导致小鼠血糖浓度降低

B．提取液中含有乙酰胆碱，使小鼠骨骼肌活动减弱

C．提取液中含有过敏原，引起小鼠发生了过敏反应

D．提取液中含有呼吸抑制剂，可快速作用于小鼠呼吸系统