



$$f(x) + f(x_2) = \ln(1+ax_1) - \frac{2x_1}{x_1+2} + \ln(1+ax_2) - \frac{2x_2}{x_2+2}$$

$$= \ln[1+a(x_1+x_2)+a^2x_1x_2] - \frac{4x_1x_2+4(x_1+x_2)}{x_1x_2+2(x_1+x_2)+4}$$

$$= \ln(2a-1)^2 - \frac{4(a-1)}{2a-1} = \ln(2a-1)^2 + \frac{2}{2a-1} - 2.$$

令 $2a-1=x$. 由 $0 < a < 1$ 且 $a \neq \frac{1}{2}$ 知

当 $0 < a < \frac{1}{2}$ 时, $-1 < x < 0$; 当 $\frac{1}{2} < a < 1$ 时, $0 < x < 1$.

记 $g(x) = \ln x^2 + \frac{2}{x} - 2$.

(i) 当 $-1 < x < 0$ 时, $g(x) = 2\ln(-x) + \frac{2}{x} - 2$, 所以

$$g'(x) = \frac{2}{x} - \frac{2}{x^2} = \frac{2x-2}{x^2} < 0,$$

因此, $g(x)$ 在区间 $(-1, 0)$ 上单调递减, 从而 $g(x) < g(-1) = -4 < 0$. 故当 $0 < a < \frac{1}{2}$ 时, $f(x_1) + f(x_2) < 0$.

(ii) 当 $0 < x < 1$ 时, $g(x) = 2\ln x + \frac{2}{x} - 2$, 所以

$$g'(x) = \frac{2}{x} - \frac{2}{x^2} = \frac{2x-2}{x^2} < 0,$$

因此, $g(x)$ 在区间 $(0, 1)$ 上单调递减, 从而 $g(x) > g(1) = 0$. 故当 $\frac{1}{2} < a < 1$ 时, $f(x_1) + f(x_2) > 0$.

综上所述, 满足条件的 a 的取值范围为 $(\frac{1}{2}, 1)$.

数 学 (文史类)

一、选择题: 本大题共10小题, 每小题5分, 共50分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 设命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, x^2+1 > 0$, 则 $\neg p$ 为
A. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2+1 > 0$ B. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2+1 \leq 0$
C. $\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2+1 < 0$ D. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2+1 \leq 0$ [B]
2. 已知集合 $A = \{x | x > 2\}$, $B = \{x | 1 < x < 3\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{x | x > 2\}$ B. $\{x | x > 1\}$
C. $\{x | 2 < x < 3\}$ D. $\{x | 1 < x < 3\}$ [C]
3. 对一个容量为 N 的总体抽取容量为 n 的样本, 当选取简单随机抽样、系统抽样和分层抽样三种不同方法抽取样本时, 总体中每个个体被抽中的概率分别为 p_1, p_2, p_3 , 则
A. $p_1 - p_2 < p_3$ B. $p_2 = p_3 < p_1$
C. $p_1 = p_2 < p_3$ D. $p_1 = p_2 = p_3$ [D]
4. 下列函数中, 既是偶函数又在区间 $(-\infty, 0)$ 上单调递增的是
A. $f(x) = \frac{1}{x^2}$ B. $f(x) = x^2 + 1$
C. $f(x) = x^3$ D. $f(x) = 2^x$ [A]
5. 在区间 $[-2, 3]$ 上随机选取一个数 X , 则 $X \leq 1$ 的概率为
A. $\frac{4}{5}$ B. $\frac{3}{5}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{1}{5}$ [B]
6. 若圆 $C_1: x^2 + y^2 = 1$ 与圆 $C_2: x^2 + y^2 - 6x - 8y + m = 0$ 外切, 则 $m =$
A. 21 B. 19 C. 9 D. -11 [C]
7. 执行如图1所示的程序框图. 如果输入的 $t \in [-2, 2]$, 则输出的 S 属于
A. $[-6, -2]$ B. $[-5, -1]$ C. $[-4, 5]$ D. $[-3, 6]$ [D]

爱思特单眼皮毕业礼

✓ 双眼皮: 特价2480元 ✓ 隆鼻: 特价2480元
详情咨询 0731 82915999 400-677-0083

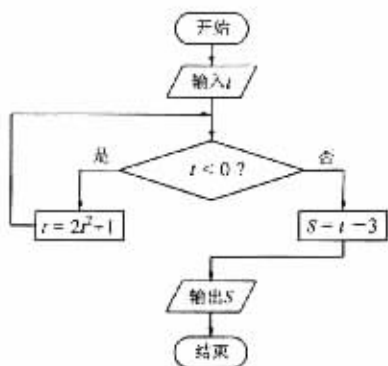


图1

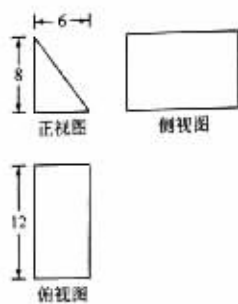


图2

8. 一块石材表示的几何体的三视图如图2所示. 将该石材切削、打磨, 加工成球, 则能得到的最大球的半径等于
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4 [B]
9. 若 $0 < x_1 < x_2 < 1$, 则
A. $e^{x_1} - e^{x_2} > \ln x_2 - \ln x_1$ B. $e^{x_2} - e^{x_1} < \ln x_2 - \ln x_1$
C. $x_2 e^{x_1} > x_1 e^{x_2}$ D. $x_2 e^{x_1} < x_1 e^{x_2}$ [C]
10. 在平面直角坐标系中, O 为原点, $A(-1, 0)$, $B(0, \sqrt{3})$, $C(3, 0)$. 动点 D 满足 $|\overline{CD}| = 1$, 则 $|\overline{OA} + \overline{OB} + \overline{OD}|$ 的取值范围是
A. $[4, 6]$ B. $[\sqrt{19} - 1, \sqrt{19} + 1]$
C. $[2\sqrt{3}, 2\sqrt{7}]$ D. $[\sqrt{7} - 1, \sqrt{7} + 1]$ [D]

二、填空题: 本大题共5小题, 每小题5分, 共25分.

11. 复数 $\frac{3+i}{1-i}$ (i 为虚数单位) 的实部等于 -3.
12. 在平面直角坐标系中, 曲线 $C: \begin{cases} x = 2 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \\ y = 1 + \frac{\sqrt{2}}{2}t \end{cases}$ (t 为参数) 的普通方程为 $x - y - 1 = 0$.
13. 若变量 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} y \leq x \\ x + y \leq 4 \\ y \geq 1 \end{cases}$, 则 $z = 2x + y$ 的最大值为 7.
14. 平面上一机器人在行进中始终保持与点 $F(1, 0)$ 的距离和到直线 $x = -1$ 的距离相等. 若机器人接触不到过点 $P(-1, 0)$ 且斜率为 k 的直线, 则 k 的取值范围是 $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$.

15. 若 $f(x) = \ln(e^x + 1) + ax$ 是偶函数, 则 $a = \underline{-\frac{3}{2}}$.

三、解答题: 本大题共6小题, 共75分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

16. (本小题满分12分)
已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = \frac{n^2+n}{2}$, $n \in \mathbf{N}^*$.
(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(II) 设 $b_n = 2^n + (-1)^n a_n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 $2n$ 项和.
解 (I) 当 $n=1$ 时, $a_1 = S_1 = 1$;
当 $n \geq 2$ 时, $a_n = S_n - S_{n-1} = \frac{n^2+n}{2} - \frac{(n-1)^2+(n-1)}{2} = n$.
故数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = n$.
(II) 由 (I) 知, $b_n = 2^n + (-1)^n n$. 记数列 $\{b_n\}$ 的前 $2n$ 项和为 T_{2n} , 则
 $T_{2n} = (2^1 + 2^2 + \dots + 2^{2n}) + (-1 + 2 - 3 + 4 - \dots + 2n)$.
记 $A = 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{2n}$, $B = -1 + 2 - 3 + 4 - \dots + 2n$, 则
 $A = \frac{2(1-2^{2n+1})}{1-2} = 2^{2n+1} - 2$.
 $B = (-1 + 2) + (-3 + 4) + \dots + [-(2n-1) + 2n] = n$.
故数列 $\{b_n\}$ 的前 $2n$ 项和 $T_{2n} = A + B = 2^{2n+1} + n - 2$.
17. (本小题满分12分)
某企业有甲、乙两个研发小组. 为了比较他们的研发水平, 现随机抽取这两个小组往年研发新产品的结果如下:
 $(a, b), (a, \bar{b}), (a, b), (\bar{a}, b), (\bar{a}, \bar{b}), (a, \bar{b}), (a, b), (a, \bar{b}),$
 $(\bar{a}, b), (a, \bar{b}), (\bar{a}, \bar{b}), (a, b), (a, \bar{b}), (\bar{a}, b), (a, b)$
其中 a, \bar{a} 分别表示甲组研发成功和失败; b, \bar{b} 分别表示乙组研发成功和失败.
(I) 若某组成功研发一种新产品, 则给该组记1分, 否则记0分. 试计算甲、乙两组研发新产品的成绩的平均数和方差, 并比较甲、乙两组的研发水平;
(II) 若该企业安排甲、乙两组各自研发一种新产品, 试估计恰有一组研发成功的概率.
解 (I) 甲组研发新产品的成绩为
 $1, 1, 1, 0, 0, 1, 1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1,$
其平均数为
 $\bar{x}_甲 = \frac{10}{15} = \frac{2}{3};$