



T15

三湘都市报

2012年6月9日 星期六



招拍竞想 精彩为您

——2012高考特刊 湖南联祝高考学子心想事成

存1得6

存96元得576元

存120元得792元

$$\text{且 } k_1k_2 = \frac{y_0^2 - 2}{(2-x_1)^2 - 2} = \frac{1}{2},$$

$$\text{由 } \begin{cases} \frac{x_0^2}{16} + \frac{y_0^2}{12} = 1, \\ \frac{y_0^2 - 2}{(2-x_1)^2 - 2} = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ 得 } 5x_0^2 - 8x_0 - 36 = 0, \text{ 解得 } x_0 = -2, \text{ 或 } x_0 = \frac{18}{5}.$$

由 $x_0 = -2$ 得 $y_0 = \pm 3$; 由 $x_0 = \frac{18}{5}$ 得 $y_0 = \pm \frac{\sqrt{57}}{5}$, 它们均满足①式。

故点 P 的坐标为 $(-2, 3)$, 或 $(-2, -3)$, 或 $(\frac{18}{5}, \frac{\sqrt{57}}{5})$, 或 $(\frac{18}{5}, -\frac{\sqrt{57}}{5})$.

22. (本小题满分13分)

已知函数 $f(x) = e^x - ax$, 其中 $a > 0$.

(I) 若对一切 $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \geq 1$ 恒成立, 求 a 的取值集合;

(II) 在函数 $f(x)$ 的图象上取定两点 $A(x_1, f(x_1))$, $B(x_2, f(x_2))$ ($x_1 < x_2$), 记直线 AB 的斜率为 k , 证明: 存在 $x_0 \in (x_1, x_2)$, 使 $f'(x_0) = k$ 成立.

解 (I) $f'(x) = e^x - a$, 令 $f'(x) = 0$ 得 $x = \ln a$.

当 $x < \ln a$ 时, $f'(x) < 0$, $f(x)$ 单调递减; 当 $x > \ln a$ 时, $f'(x) > 0$, $f(x)$ 单调递增. 故当 $x = \ln a$ 时, $f(x)$ 取最小值 $f(\ln a) = a - a \ln a$.

于是对一切 $x \in \mathbb{R}$, $f(x) \geq 1$ 恒成立, 当且仅当

$$a - a \ln a \geq 1. \quad ①$$

令 $g(t) = t - t \ln t$, 则 $g'(t) = -\ln t$.

当 $0 < t < 1$ 时, $g'(t) > 0$, $g(t)$ 单调递增; 当 $t > 1$ 时, $g'(t) < 0$, $g(t)$ 单调递减.

故当 $t = 1$ 时, $g(t)$ 取最大值 $g(1) = 1$. 因此, 当且仅当 $a = 1$ 时, ①式成立.

综上所述, a 的取值集合为 $\{1\}$.

$$(II) \text{ 由题意知, } k = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{e^{x_2} - e^{x_1} - a}{x_2 - x_1} - a,$$

令 $\varphi(x) = f'(x) - k = e^x - \frac{e^{x_2} - e^{x_1}}{x_2 - x_1}$, 则

$$\varphi(x_1) = -\frac{e^{x_1}}{x_2 - x_1} [e^{x_2} - (x_2 - x_1) - 1],$$

$$\varphi(x_2) = \frac{e^{x_2}}{x_2 - x_1} [e^{x_1} - (x_1 - x_2) - 1].$$

令 $F(t) = e^t - t - 1$, 则 $F'(t) = e^t - 1$.

• 29 •

当 $t < 0$ 时, $F'(t) < 0$, $F(t)$ 单调递减; 当 $t > 0$ 时, $F'(t) > 0$, $F(t)$ 单调递增.

故当 $t \neq 0$ 时, $F(t) > F(0) = 0$, 即 $e^t - t - 1 > 0$.

从而 $e^{x_2} - (x_2 - x_1) - 1 > 0$, $e^{x_1} - (x_1 - x_2) - 1 > 0$, $\frac{e^{x_2}}{x_2 - x_1} > 0$, $\frac{e^{x_1}}{x_2 - x_1} > 0$.

所以 $\varphi(x_1) < 0$, $\varphi(x_2) > 0$.

因为函数 $y = \varphi(x)$ 在区间 $[x_1, x_2]$ 上的图象是连续不断的一条曲线, 所以存在 $x_0 \in (x_1, x_2)$, 使 $\varphi(x_0) = 0$, 即 $f'(x_0) = k$ 成立.

• 30 •

三湘都市报华声在线恭祝全省高考学子心想事成

理科综合能力测试

可能用到的相对原子质量: H 1 C 12 N 14 O 16 Mg 24 S 32 Cl 35.5 Fe 56
Cu 64 Zn 65 Br 80

一、选择题: 本题共 13 小题, 每小题 6 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. 同一物种的两类细胞各产生一种分泌蛋白, 组成这两种蛋白质的各种氨基酸含量相同, 但排列顺序不同. 其原因是参与这两种蛋白合成的

- A. tRNA 种类不同
- B. mRNA 编码序列不同
- C. 核糖体成分不同
- D. 同一密码子所决定的氨基酸不同 [B]

2. 下列关于细胞癌变的叙述, 错误的是

- A. 癌细胞在条件适宜时可无限增殖
- B. 癌变前后, 细胞的形态和结构有明显差别
- C. 病毒癌基因可整合到宿主基因组诱发癌变
- D. 原癌基因的主要功能是阻止细胞发生异常增殖 [D]

3. 哺乳动物因长时间未饮水导致机体脱水时, 会发生的生理现象是

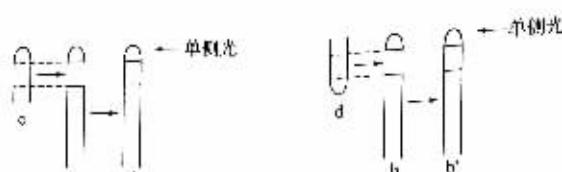
- A. 血浆渗透压降低
- B. 抗利尿激素分泌增加
- C. 下丘脑渗透压感受器受到的刺激减弱
- D. 肾小管和集合管对水的重吸收作用减弱 [B]

4. 当人看到酸梅时唾液分泌会大量增加. 对此现象的分析, 错误的是

- A. 这一反射过程需要大脑皮层的参与
- B. 这是一种反射活动, 其效应器是唾液腺
- C. 酸梅色泽直接刺激神经中枢引起唾液分泌
- D. 这一过程中有“电—化学—电”信号的转化 [C]

5. 取生长状态一致的燕麦胚芽鞘, 分为 a、b、c、d 四组. 将 a、b 两组胚芽鞘尖端下方的一段切除, 再从 c、d 两组胚芽鞘中的相应位置分别切取等长的一段, 并按图中所示分别接入 a、b 两组胚芽鞘被切除的位置, 得到 a'、b' 两组胚芽鞘. 然后用单侧光照射, 发现 a' 组胚芽鞘向光弯曲生长, b' 组胚芽鞘无弯曲生长, 其原因是

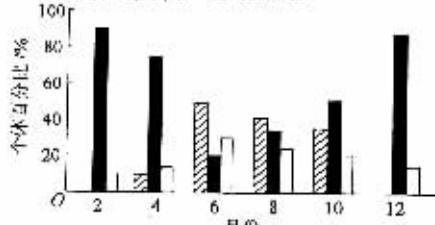
• 31 •



- A. c 组尖端能合成生长素, d 组尖端不能
- B. a' 组尖端能合成生长素, b' 组尖端不能
- C. c 组尖端的生长素能向胚芽鞘基部运输, d 组尖端的生长素不能
- D. a' 组尖端的生长素能向胚芽鞘基部运输, b' 组尖端的生长素不能 [D]

6. 某岛上生活着一种动物, 其种群数量多年维持相对稳定. 该动物个体从出生到性成熟需要 6 个月. 下图为某年该动物种群在不同月份的年龄结构 (每月最后一天统计种群各年龄段的个体数). 关于该种群的叙述, 错误的是

■ 未成熟个体 ■ 成熟个体 □ 衰老个体



- A. 该种群 10 月份的出生率可能为零
- B. 大敌的迁入可影响该种群的年龄结构
- C. 该种群的年龄结构随着季节更替而变化
- D. 大量捕杀雄性个体不会影响该种群的密度 [D]

7. 下列叙述中正确的是

- A. 漂白易挥发, 在存放溶液的试剂瓶中应加水封
- B. 能使湿润的淀粉 KI 试纸变成蓝色的物质一定是 Cl_2
- C. 其溶液加入 CCl_4 , CCl_4 层显紫色, 证明原溶液中存在 I^-
- D. 芙溶液加入 $BaCl_2$ 溶液, 产生不溶于稀硝酸的白色沉淀, 该溶液一定含有 Ag^+ [D]

8. 下列说法中正确的是

- A. 体积浓度通常为 95%
- B. 单质硅是将太阳能转变为电能的常用材料
- C. 淀粉、纤维素和油脂都属于天然高分子化合物
- D. 合成纤维和光导纤维都是新型无机非金属材料 [B]

• 32 •