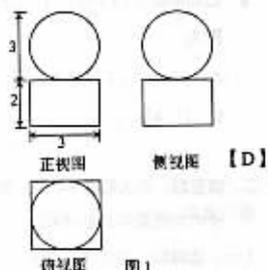




数 学 (文史类)

一、选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设全集 $U = M \cup N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $M \cap N = \{2, 4\}$, 则 $N =$
A. $\{1, 2, 3\}$ B. $\{1, 3, 5\}$
C. $\{1, 4, 5\}$ D. $\{2, 3, 4\}$ **[B]**
2. 若 $a, b \in \mathbb{R}$, i 为虚数单位, 且 $(a+i)i = b+i$, 则
A. $a=1, b=1$ B. $a=-1, b=1$ C. $a=1, b=-1$ D. $a=-1, b=-1$ **[C]**
3. “ $x > 1$ ”是“ $|x| > 1$ ”的
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充分必要条件 D. 既不充分又不必要条件 **[A]**
4. 设图1是某几何体的三视图, 则该几何体的体积为
A. $9\pi + 42$
B. $36\pi + 18$
C. $\frac{9}{2}\pi + 12$
D. $\frac{9}{2}\pi + 18$ **[D]**



5. 通过随机询问110名性别不同的大学生是否爱好某项运动, 得到如下的列联表:

	男	女	总计
爱好	40	20	60
不爱好	20	30	50
总计	60	50	110

由 $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ 算得, $K^2 = \frac{110 \times (40 \times 30 - 20 \times 20)^2}{60 \times 50 \times 60 \times 50} \approx 7.8$.

附表:

$P(K^2 \geq k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

参照附表, 得到的正确结论是

- A. 有99%以上的把握认为“爱好该项运动与性别有关”
 - B. 有99%以上的把握认为“爱好该项运动与性别无关”
 - C. 在犯错误的概率不超过0.1%的前提下, 认为“爱好该项运动与性别有关”
 - D. 在犯错误的概率不超过0.1%的前提下, 认为“爱好该项运动与性别无关” **[A]**
6. 设双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{9} = 1 (a > 0)$ 的渐近线方程为 $3x \pm 2y = 0$, 则 a 的值为
A. 4 B. 3 C. 2 D. 1 **[C]**
 7. 曲线 $y = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x} - \frac{1}{2}$ 在点 $M(\frac{\pi}{4}, 0)$ 处的切线的斜率为
A. $-\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **[B]**
 8. 已知函数 $f(x) = e^x - 1$, $g(x) = -x^2 + 4x - 3$. 若有 $f(a) = g(b)$, 则 b 的取值范围是
A. $[2 - \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}]$ B. $(2 - \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2})$
C. $[1, 3]$ D. $(1, 3)$ **[B]**

二、填空题：本大题共8小题，考生作答7小题，每小题5分，共35分。把答案填在答题卡中对应题号后的横线上。

(一) 选做题 (请考生在第9、10两题中任选一题作答, 如果全做, 则按前一题记分)

9. 在直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2\cos\alpha \\ y = \sqrt{3}\sin\alpha \end{cases}$ (α 为参数). 在极坐标系 (与直角坐标系 xOy 取相同的长度单位, 且以原点 O 为极点, 以 x 轴正半轴为极轴) 中, 曲线 C_2 的方程为 $\rho(\cos\theta - \sin\theta) + 1 = 0$. 则 C_1 与 C_2 的交点个数为 2.
10. 已知某试验范围为 $[10, 90]$, 若用分数法进行4次优选试验, 则第二次试点可以是 40 或 60 (只写出其中一个也正确).

三湘都市报华声在线恭祝全省高考学子心想事成!

(二) 必做题 (11~16题)

11. 若执行如图2所示的框图, 输入 $x_1=1, x_2=2, x_3=4, x_4=8$, 则输出的数等于 $\frac{15}{4}$.
12. 已知 $f(x)$ 为奇函数, $g(x) = f(x) + 9$, $g(-2) = 3$, 则 $f(2) = -6$.
13. 设向量 a, b 满足 $|a| = 2\sqrt{5}, b = (2, 1)$, 且 a 与 b 的方向相反, 则 a 的坐标为 $(-4, -2)$.
14. 设 $m > 1$, 在约束条件 $\begin{cases} y \geq x \\ y \leq mx \\ x + y \leq 1 \end{cases}$ 下, 目标函数 $z = x + 5y$ 的最大值为4, 则 m 的值为 3.
15. 已知圆 $C: x^2 + y^2 = 12$, 直线 $l: 4x + 3y = 25$.
(1) 圆 C 的圆心到直线 l 的距离为 5;
(2) 圆 C 上任意一点 A 到直线 l 的距离小于2的概率为 $\frac{1}{6}$.
16. 给定 $k \in \mathbb{N}^*$, 设函数 $f: \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*$ 满足: 对于任意大于 k 的正整数 n , $f(n) = n - k$.
(1) 设 $k=1$, 则其中一个函数 f 在 $n=1$ 处的函数值为 a (a 为正整数);
(2) 设 $k=4$, 且当 $n \leq 4$ 时, $2 \leq f(n) \leq 3$, 则不同的函数 f 的个数为 16.

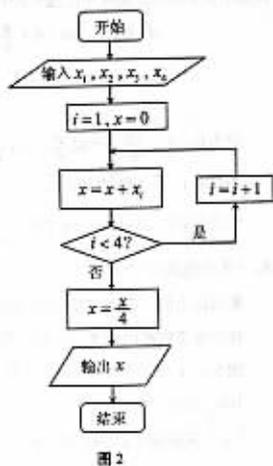


图2

三、解答题：本大题共6小题，共75分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分12分)
在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 且满足 $c \sin A = a \cos C$.
(I) 求角 C 的大小;
(II) 求 $\sqrt{3} \sin A - \cos(B + \frac{\pi}{4})$ 的最大值, 并求取得最大值时角 A, B 的大小.
解 (I) 由正弦定理得 $\sin C \sin A = \sin A \cos C$.
因为 $0 < A < \pi$, 所以 $\sin A > 0$. 从而 $\sin C = \cos C$. 又 $\cos C \neq 0$, 所以 $\tan C = 1$, 则 $C = \frac{\pi}{4}$.

(II) 由 (I) 知, $B = \frac{3\pi}{4} - A$. 于是

$$\begin{aligned} \sqrt{3} \sin A - \cos(B + \frac{\pi}{4}) &= \sqrt{3} \sin A - \cos(\pi - A) \\ &= \sqrt{3} \sin A + \cos A \\ &= 2 \sin(A + \frac{\pi}{6}). \end{aligned}$$

因为 $0 < A < \frac{3\pi}{4}$, 所以 $\frac{\pi}{6} < A + \frac{\pi}{6} < \frac{11\pi}{12}$. 从而当 $A + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$, 即 $A = \frac{\pi}{3}$ 时, $2 \sin(A + \frac{\pi}{6})$ 取最大值2.

综上所述, $\sqrt{3} \sin A - \cos(B + \frac{\pi}{4})$ 的最大值为2, 此时 $A = \frac{\pi}{3}, B = \frac{5\pi}{12}$.

18. (本小题满分12分)

某河流上的一座水力发电站, 每年六月份的发电量 Y (单位: 万千瓦时) 与该河上游在六月份的降雨量 X (单位: 毫米) 有关. 据统计, 当 $X = 70$ 时, $Y = 460$; X 每增加10, Y 增加5. 已知近20年 X 的值为: 140, 110, 160, 70, 200, 160, 140, 160, 220, 200, 110, 160, 160, 200, 140, 110, 160, 220, 140, 160.

(I) 完成如下的频率分布表:

降雨量	70	110	140	160	200	220
频率	$\frac{1}{20}$		$\frac{4}{20}$			$\frac{2}{20}$

(II) 假定今年六月份的降雨量与近20年六月份降雨量的分布规律相同, 并将频率视为概率, 求今年六月份该水力发电站的发电量低于490 (万千瓦时) 或超过530 (万千瓦时) 的概率.

解 (I) 在所给数据中, 降雨量为110毫米的有3个, 为160毫米的有7个, 为200毫米的有3个. 故近20年六月份降雨量频率分布表为

降雨量	70	110	140	160	200	220
频率	$\frac{1}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{2}{20}$

(II) P (“发电量低于490万千瓦时或超过530万千瓦时”) $= P(Y < 490 \text{ 或 } Y > 530) = P(X < 130 \text{ 或 } X > 210)$
 $= P(X = 70) + P(X = 110) + P(X = 220)$
 $= \frac{1}{20} + \frac{3}{20} + \frac{2}{20} = \frac{3}{10}$.